



*Аналитическая оценка ожидаемой  
подверженности кредитному риску при  
расчете справедливой стоимости  
производных финансовых инструментов*

*Группа моделирования и внедрения продуктов  
ПАО «Промсвязьбанк»*

$$FV = BV + CVA - DVA$$

- $FV$  – справедливая стоимости сделки
- $BV$  – базовая стоимости сделки без учета кредитного риска
- $CVA$  – поправка, отражающая стоимость контрагентского риска
- $DVA$  – поправка, отражающая стоимость собственного контрагентского риска

$$FV = BV + CVA - DVA$$

$$CVA = -LGD \sum_{i=1}^{n-1} EPE(t_i) PD(t_i, t_{i+1})$$

- $EPE(t_i)$  – ожидаемая подверженность кредитному риску с учетом дисконтирования при условии дефолта контрагента на дату  $t_i$
- $PD(t_i, t_{i+1})$  – вероятность дефолта контрагента между датами  $t_i$  и  $t_{i+1}$

$$FV = BV + CVA - DVA$$

$$CVA = -LGD \sum_{i=1}^{n-1} EPE(t_i) PD(t_i, t_{i+1})$$

$$EPE(t) = P(0, t) E^t (\max(BV(t) - M, 0))$$

- $BV$  – базовая стоимость рассматриваемых сделок без учета кредитного риска
- $M$  – величина обеспечения, предоставленного контрагентом
- $P(0, t)$  – цена дисконтирующей облигации (фактор дисконтирования)
- $E^t$  – ожидание по соответствующей мере

$$EPE(t) = P(0, t, X(0))E^t(\max(BV^t(t, X(t)) - M, 0))$$

- $X(t)$  – значение нормальных факторов в момент времени  $t$
- $BV^t$  – базовая стоимость в валюте расчета рассматриваемого набора сделок на дату  $t$  без учета выплат до даты  $t$  и при условии, значения риск-факторов равны  $x$
- $M$  – величина обеспечения, предоставленного контрагентом
- $P(0, t, X(0))$  – цена дисконтирующей облигации (фактор дисконтирования)
- $E^t$  – ожидание по соответствующей мере

$$EPE(t) = P(0, t, X(0))E^t(\max(BV^t(t, X(t)) - M, 0))$$

$$BV^t(t, x) \approx \overline{BV^t}(t, x)$$

- $BV^t$  – базовая стоимость в валюте расчета рассматриваемого набора сделок на дату  $t$  без учета выплат до даты  $t$  и при условии, значения риск-факторов равны  $x$
- $\overline{BV^t}$  – линейная аппроксимация функции  $BV^t$  со следующими свойствами:

$$E^t(BV^t(t, X(t))) = E^t(\overline{BV^t}(t, X(t)))$$

$$E^t\left(\frac{\partial BV^t(t, x)}{\partial x}\Big|_{x=X(t)}\right) = E^t\left(\frac{\partial \overline{BV^t}(t, x)}{\partial x}\Big|_{x=X(t)}\right)$$

## Линейное приближение базовой стоимости

7

$$EPE(t) = P(0, t, X(0))E^t(\max(BV^t(t, X(t)) - M, 0))$$

$$BV^t(t, x) \approx \overline{BV^t}(t, x)$$

$$\overline{BV^t}(t, x) = \bar{\alpha}(t) + \bar{\beta}(t) \left( x - E^t(X(t)) \right)$$

$$\bar{\alpha}(t) = E^t \left( BV^t(t, X(t)) \right) = \frac{BV^t(0, X(0))}{P(0, t, X(0))}$$

$$\bar{\beta}(t) = \frac{\frac{\partial BV^t(0, x)}{\partial x} \Big|_{x=X(0)} + t \times BV^t(0, X(0)) \times \frac{\partial R(0, t, x)}{\partial x} \Big|_{x=X(0)}}{P(0, t, X(t))}$$

Формула для приближенного расчета подверженности кредитному риску

8

$$EPE(t) \approx \alpha(t) \Phi \left( \frac{\alpha(t)}{\sigma(t)} \right) + \sigma(t) \phi \left( \frac{\alpha(t)}{\sigma(t)} \right)$$

- $\alpha(t) = BV^t(0, X(0)) - M \times P(0, t, X(0))$
- $\sigma(t) = \sqrt{(\beta(t))^T C(t) \beta(t)}$  – волатильность базовой стоимости рассматриваемых сделок на дату  $t$ ,
  - $\beta(t) = \frac{\partial BV^t(0, x)}{\partial x} \Big|_{x=X(0)} + t \times BV^t(0, X(0)) \times \frac{\partial R(0, t, x)}{\partial x} \Big|_{x=X(0)}, R(0, t, x) = -\frac{\ln P(0, t, x)}{t}$
  - $C(t)$  – ковариационная матрица вектора изменений риск-факторов  $X(t) - X(0)$
- $\Phi$  – функция стандартного нормального распределения
- $\phi$  – плотность стандартного нормального распределения



*Ожидаемая подверженность кредитному риску  
в модели Гармана-Колхагена*

9

$$dS(t) = (r_d - r_f)S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

- $S$  – обменный курс иностранной валюты по отношению к местной
- $r_d$  – процентная ставка в местной валюте
- $r_f$  – процентная ставка в иностранной валюте
- $\sigma$  – волатильность обменного курса
- $W$  – броуновское движение

Ожидаемая подверженность кредитному риску  
в модели Гармана-Колхагена

10

$$dS(t) = (r_d - r_f)S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

$$EPE(t) \approx \alpha(t)\Phi\left(\frac{\alpha(t)}{\sigma(t)}\right) + \sigma(t)\phi\left(\frac{\alpha(t)}{\sigma(t)}\right)$$

- $X(t) = \ln(S(t))$
- $C(t) = [\sigma^2 t]$
- $\beta(t) = \Delta^t \times S(0), \Delta^t = \frac{\partial BV^t(0, \ln(s))}{\partial s} \Big|_{s=S(0)}$
- $\sigma(t) = \Delta^t \times S(0) \times \sigma \times \sqrt{t}$
- $\alpha(t) = BV^t(0, X(0)) - Me^{-r_d t}$

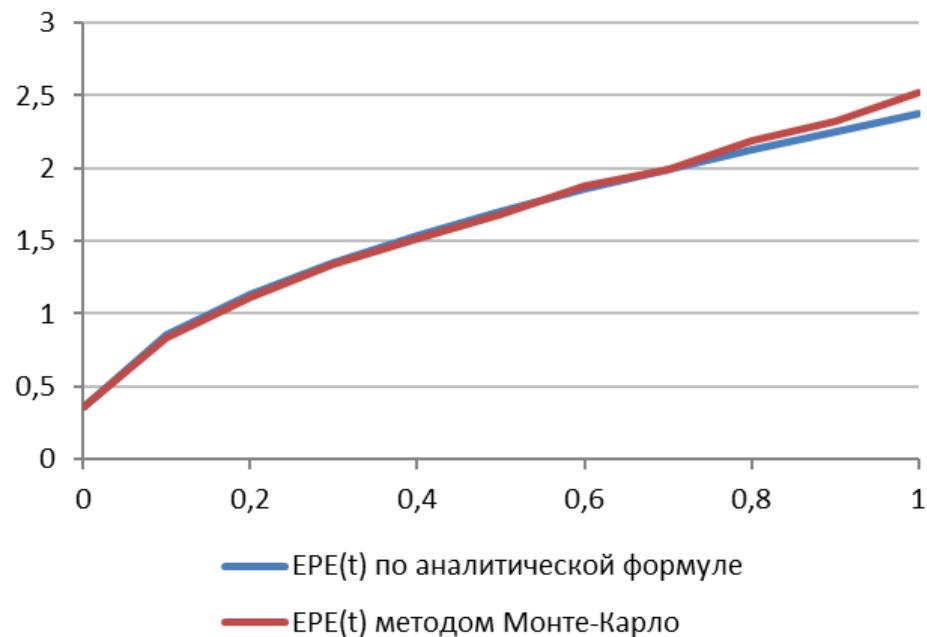
Ожидаемая подверженность кредитному риску  
в модели Гармана-Колхагена

11

$$dS(t) = (r_d - r_f)S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

$$BV^T(T, X(T)) = \max(S(T) - K, 0)$$

- $S(0) = 65, r_d = 8\%, r_f = 1\%, \sigma = 15\%$
- $T = 1, K = 69,72$
- $BV^T(0, X(0)) = 3,85$
- $M = 3,49$
- $\Delta^t = 0,52 \times 1\{t \leq T\}$



Ожидаемая подверженность кредитному риску  
в модели Гармана-Колхагена

12

$$dS(t) = (r_d - r_f)S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

$$BV^T(T, X(T)) = \max(S(T) - K, 0)$$

- $S(0) = 65, r_d = 8\%, r_f = 1\%, \sigma = 15\%$
- $T = 1, K = 69,72$
- $BV^T(0, X(0)) = 3,85$
- $M = 0$
- $\Delta^t = 0,52 \times 1\{t \leq T\}$

