Модель сценариев ключевой ставки и G-кривой

Руководитель группы моделирования управления балансовых рисков департамента по управлению финансовыми рисками

Данилишин Артём Ростиславович

ПСБ

psbank.ru

План выступления

1. Модель динамики G-кривой на основе метода главных компонент;
2. Построение сценариев G-кривой;
3. Оценка качества построенной модели (тест Crnkovic–Drachman);
4. Модель динамики ключевой ставки;
5. Построение сценариев ключевой ставки по сценариям G-кривой.

Модель динамики G-кривой на основе метода главных компонент

ПСБ

Модель Нельсона-Сигеля [1]: $$G(t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)\frac{\tau}{t}\left(1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) - \beta_2\, exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \sum_{i=1}^{9} g_i\, exp\left(-\frac{(t-a_i)^2}{b_i^2}\right)$$

Расчет логарифмов исторических значений ставок G-кривой $ln(r_t^k)$ для k = 17 различных теноров (Short Rate, 1W, 2W, 1M, 2M, 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y, 10Y, 15Y, 20Y, 25Y, 30Y);

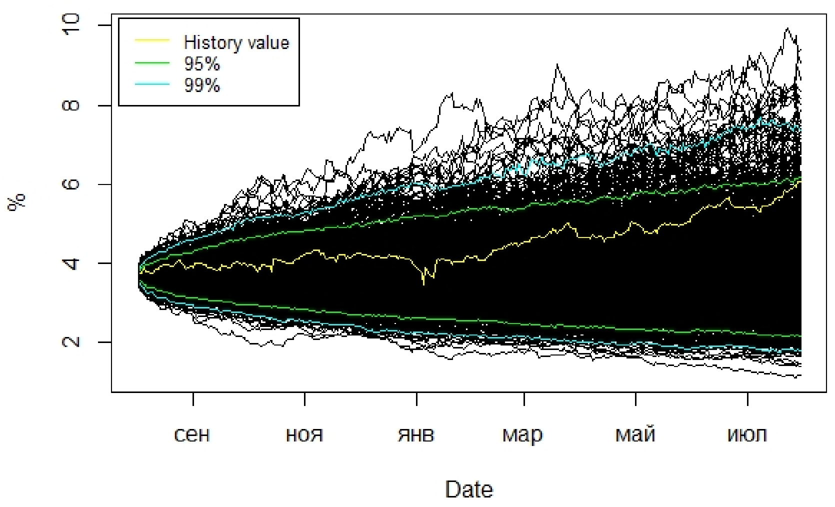
$\tilde{r}_t^k = \frac{ln(r_t^k) - \hat{\mathbb{E}}[ln(r_t^k)]}{\sqrt{\hat{\mathbb{D}}[ln(r_t^k)]}} = \sum_{j=1}^{m} \alpha^{kj} \tilde{X}_t^j$, где m-количество компонент, описывающих 95% дисперсии;

$$\tilde{X}_t^j = \phi_0^j + \phi_1^j \tilde{X}_{t-1}^j + \cdots + \phi_{p^j}^j \tilde{X}_{t-p^j}^j + \theta_1^j \varepsilon_{t-1}^j + \cdots + \theta_{q^j}^j \varepsilon_{t-q^j}^j + \varepsilon_t^j, \qquad \varepsilon_t^j \sim NID(0, {\sigma^2}^j)$$

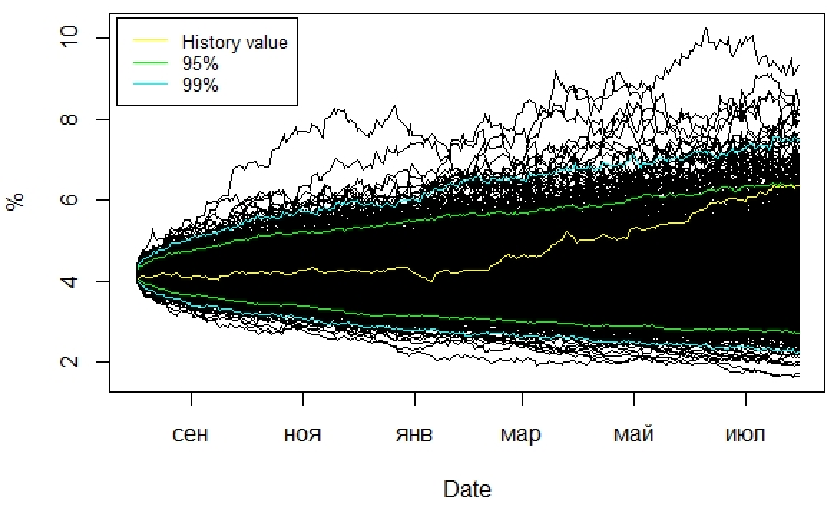
1. https://www.moex.com/s2532.

Сценарии G-кривой (01.08.2020 - 01.08.2021)

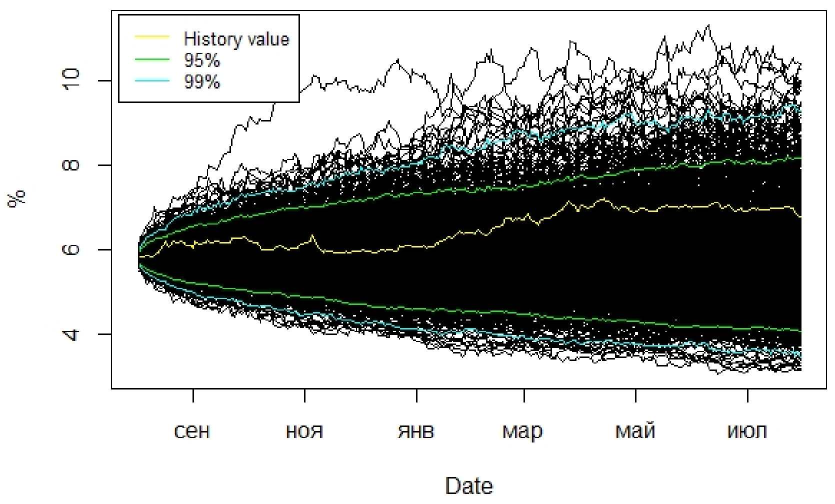
ON



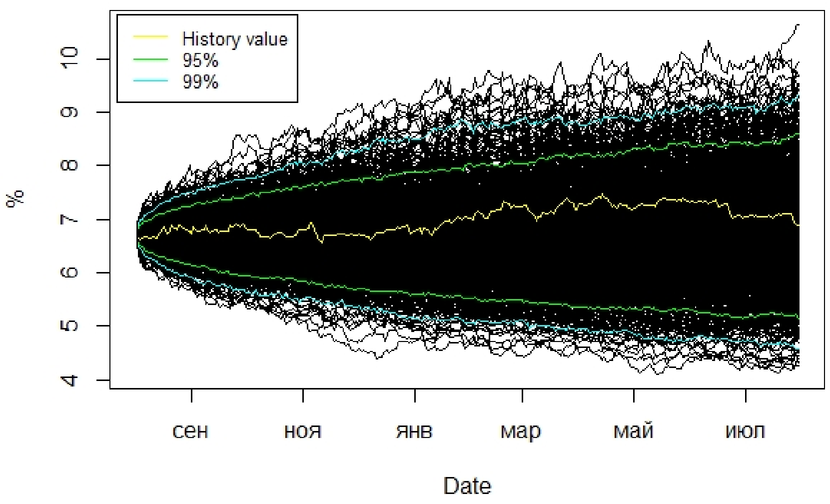
1Y



10Y



30Y



Оценка качества построенной модели (тест Crnkovic–Drachman)

Интервал тестирования: **07.09.2017 - 20.02.2021 (84 точки)**

Если случайная величина $\boldsymbol{X}$ **имеет функцию распределения** $\boldsymbol{F_X}$, то случайная величина $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{F_X}(\boldsymbol{X})$ **распределена равномерно на отрезке** $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$.

По N сценариям получаем эмпирические функции распределения $\widehat{F_X}(x)_{i,j}$, где $i = \overline{1, N}$, тогда по историческим значениям можно найти $x_{i,j}^*$ перцентиль $\boldsymbol{u_{i,j}^*} = \int_{\boldsymbol{x_{min}}}^{\boldsymbol{x^*}} \widehat{\boldsymbol{F_{X_n}}}(\boldsymbol{x})\, \boldsymbol{dx} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{n}} \sum_{\boldsymbol{s}=\mathbf{1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{I}\{\boldsymbol{x_{i,j}^s} \leq \boldsymbol{x_{i,j}^*}\}$, где s – индекс симуляции Монте-Карло, $I\{\cdot\}$ – индикаторная функция.

Множество точек $\{\boldsymbol{u_{i,j}^*}\}$ распределено равномерно на отрезке $[0, 1]$

Тест Колмогорова-Смирнова

$K = \sup_{t \in [0,1]} |B(t)|$, где $B(t)$ – броуновский мост

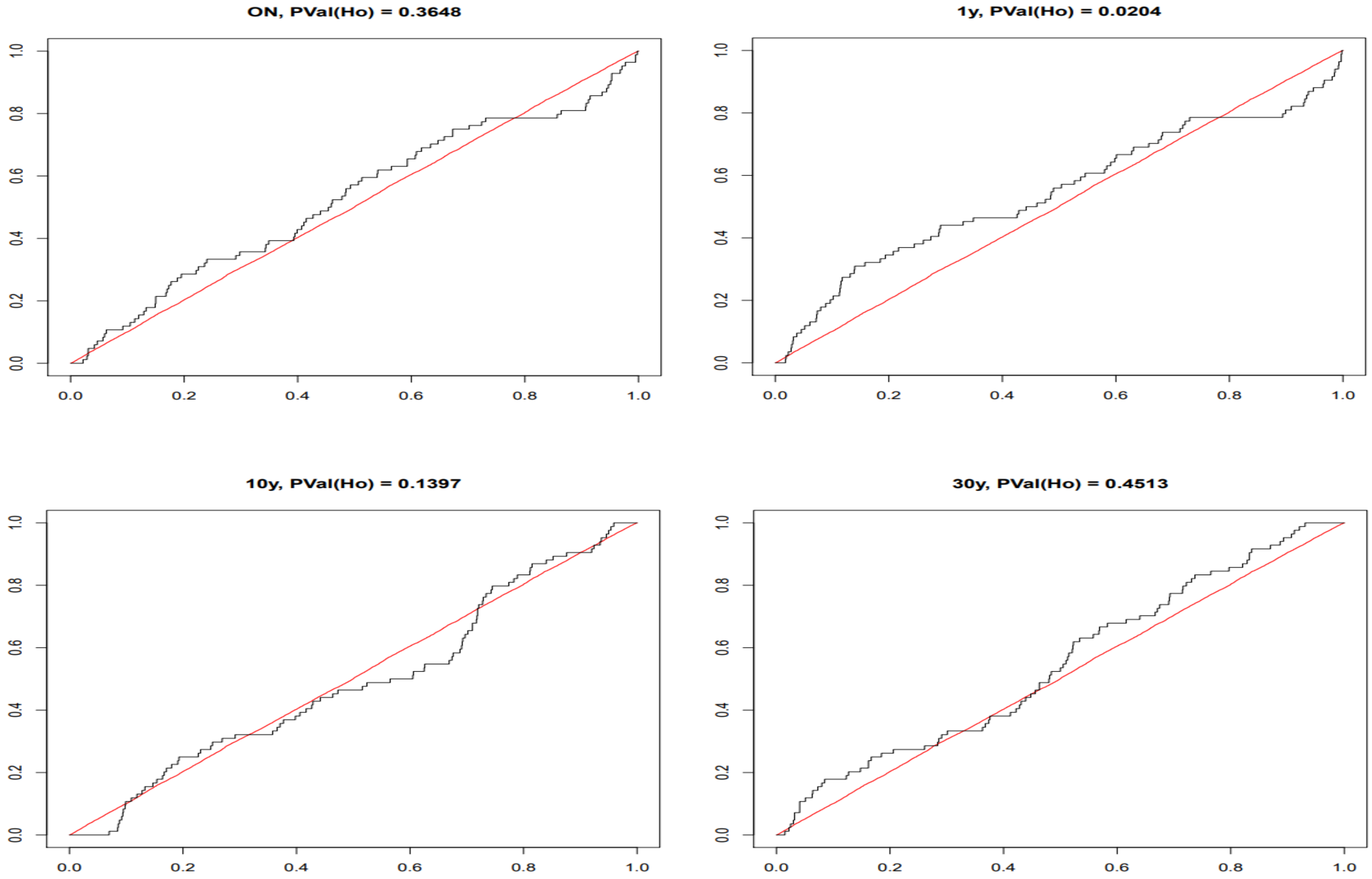
$$d_{KS_n} = sup_x \left|\widehat{F_{X_n}}(x) - F(x)\right| \qquad \sqrt{n} d_{KS_n} \xrightarrow[n \to \infty]{} \sup_t |B(F(t))|$$

H0: Выборка $\boldsymbol{X_n}$ подчиняется распределению $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$

$$P(K \leq x) = \frac{\sqrt{2\pi}}{x} \sum_{k=1}^{\infty} e^{-(2k-1)^2 \pi^2 / (8x^2)}$$

$$\sqrt{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{d_{KS_n}} > \boldsymbol{K_\alpha}, \qquad \text{где} \quad P(K \leq K_\alpha) = 1 - \alpha$$

Графики квантиль-квантиль для теноров G-кривой



Результаты теста Колмогорова-Смирнова

Таблица 1. Значения P-Value Теста Колмогорова-Смирнова

ON	1W	2W	1M	2M	3M
0.364814	0.384389	0.384389	0.333265	0.223764	0.123796
6M	**1Y**	**2Y**	**3Y**	**5Y**	**7Y**
0.037225	0.020374	0.057362	0.120237	0.30783	0.119817
10Y	**15Y**	**20Y**	**25Y**	**30Y**	
0.139713	0.187267	0.338528	0.481541	0.451339	

Модель динамики ключевой ставки

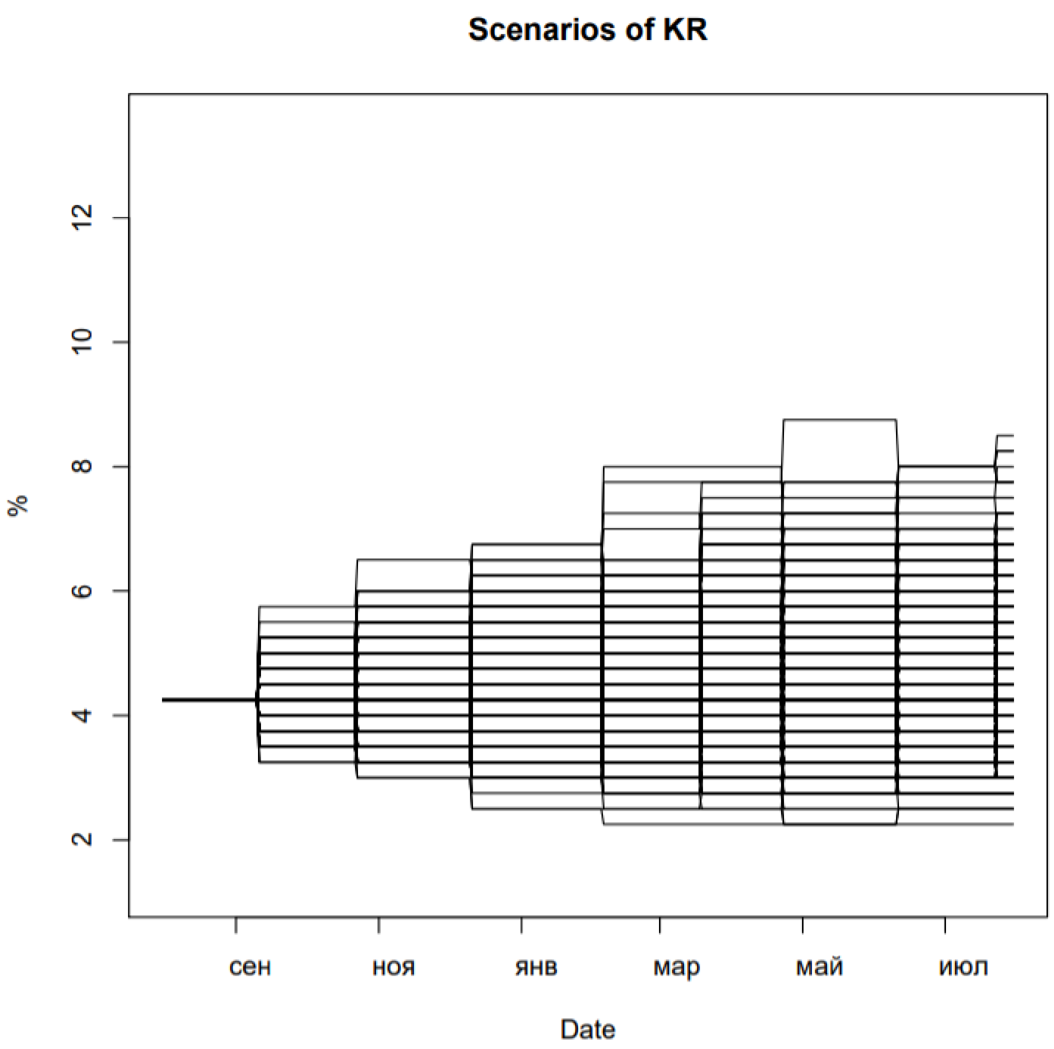
$$\Delta_{Kr} = \boldsymbol{\beta_0} + \boldsymbol{\beta_1} \cdot \Delta_{ON} + \dots + \boldsymbol{\beta_{17}} \cdot \Delta_{25Y} + \boldsymbol{\beta_{18}} \cdot \Delta_{30Y}$$

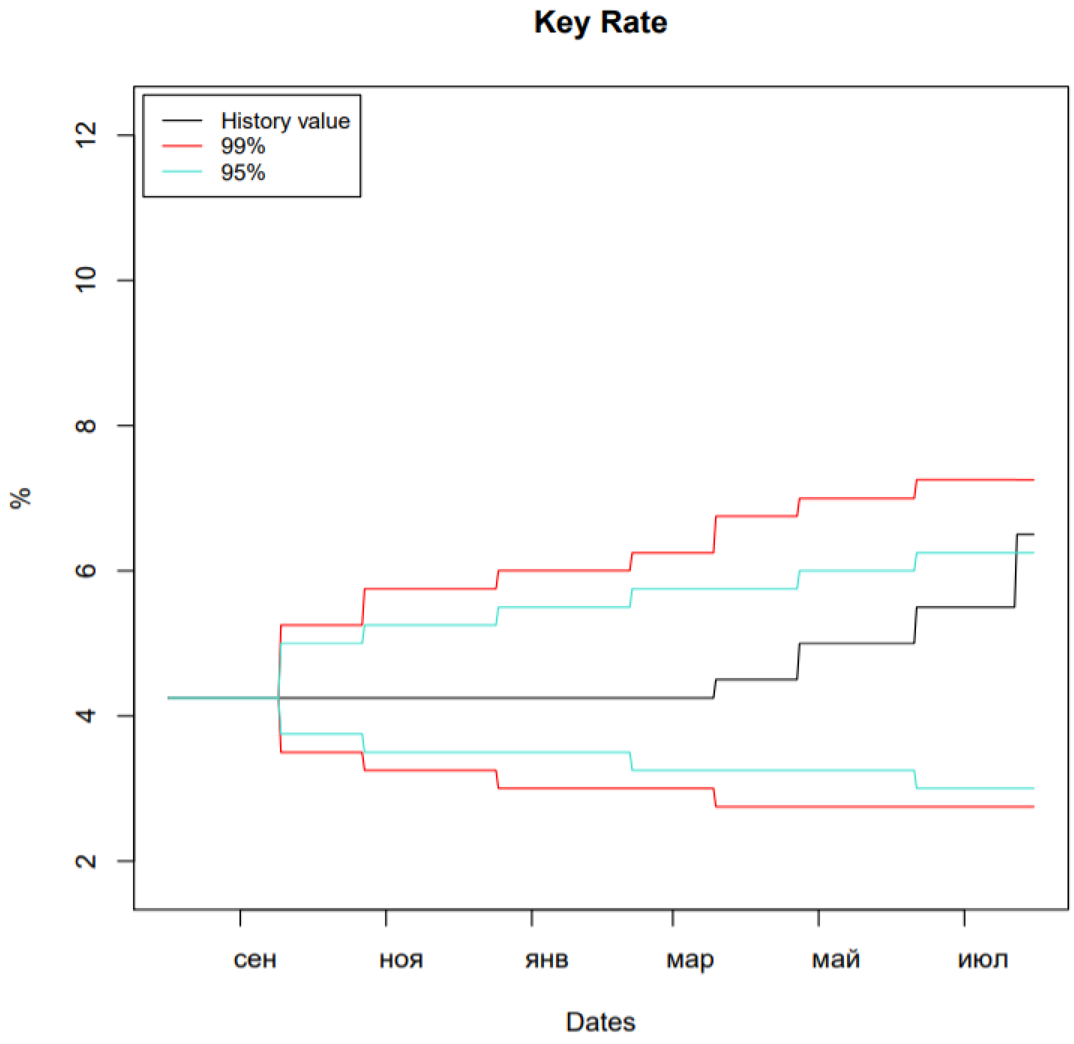
$$\min_{\beta_0, \beta} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} w_i l(y_i, \beta_0 + \beta^T x_i) + \lambda[(1-\alpha) \|\beta\|_2^2/2 + \alpha\|\beta\|_1]$$

где $\boldsymbol{l(y_i, \theta_i)}$ −функция правдоподобия (отрицательная), $\boldsymbol{\beta_0, \beta}$ −параметры оптимизации, $\boldsymbol{\lambda}$ −параметр отвечающий за величину штрафа общей функции штрафа, $\boldsymbol{\alpha}$ − параметр настройки функции штрафов. Выбор модели проводится автоматически через процедуру кросс-валидации.

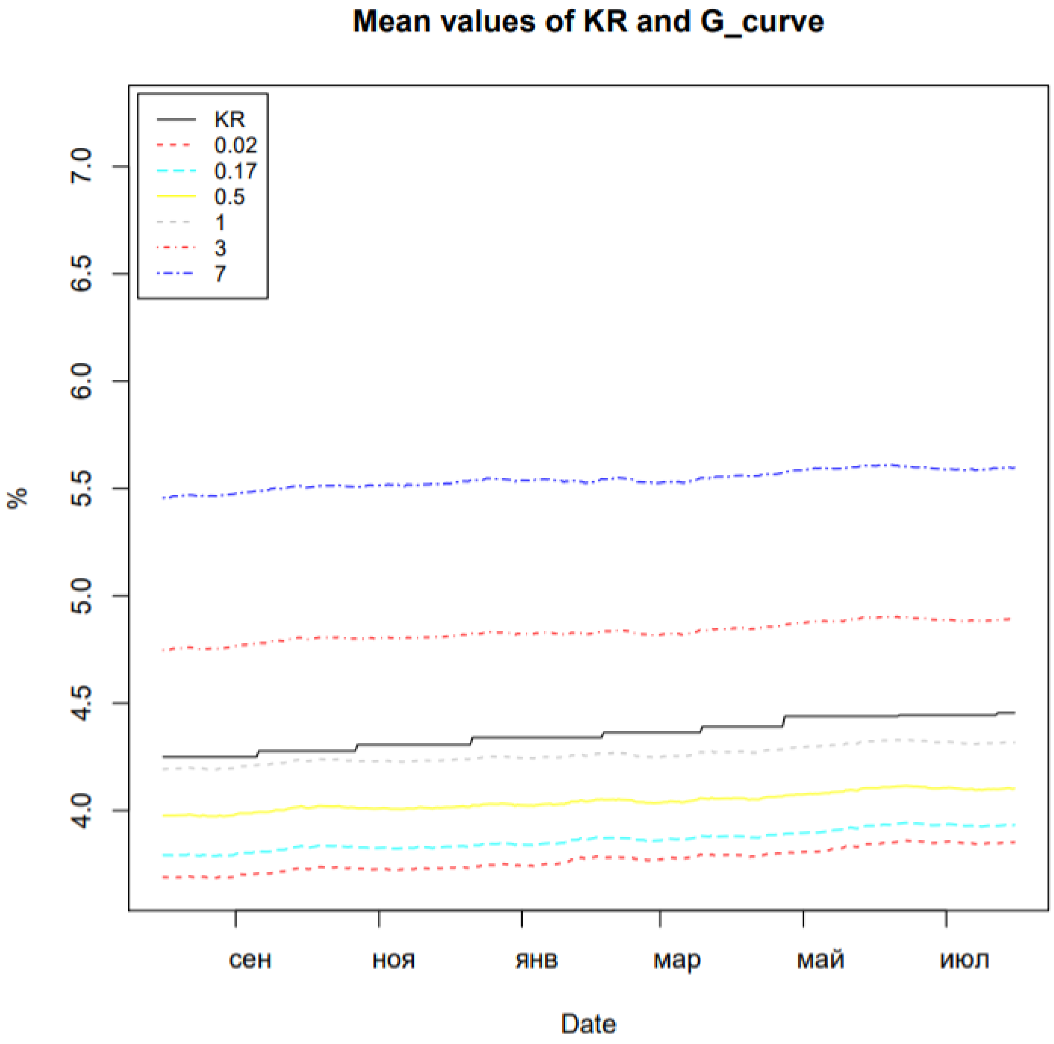
Значение R^2 для регрессии составил 0.8841268

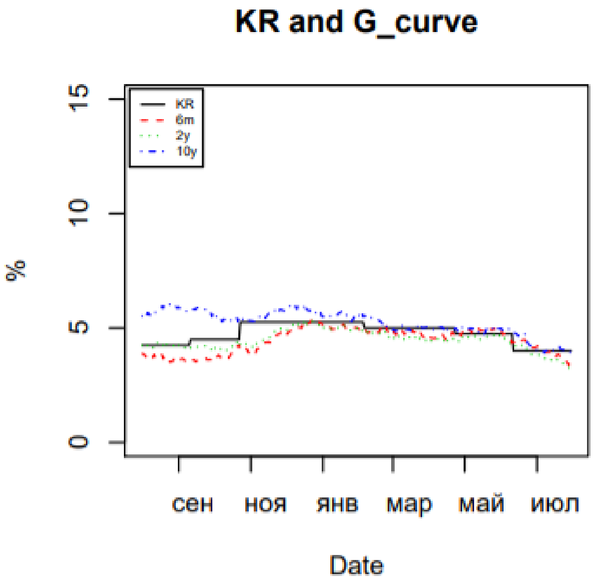
Сценарии ключевой ставки (01.08.2020 - 01.08.2021)

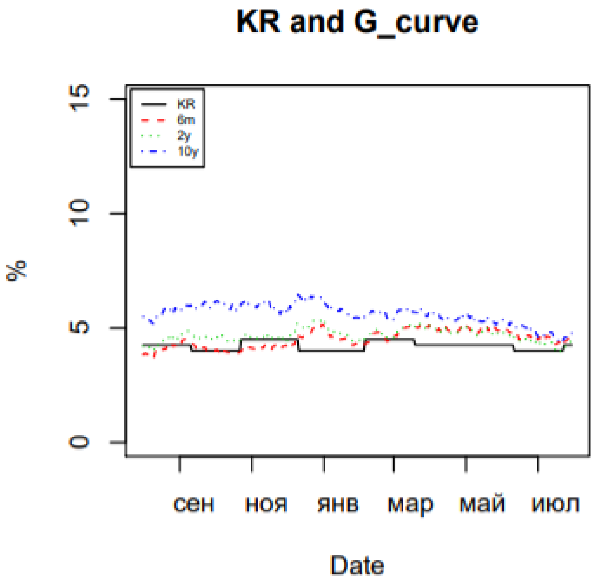


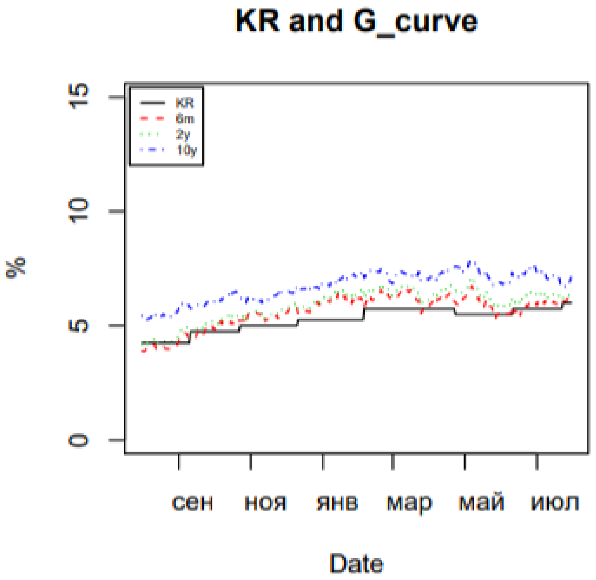


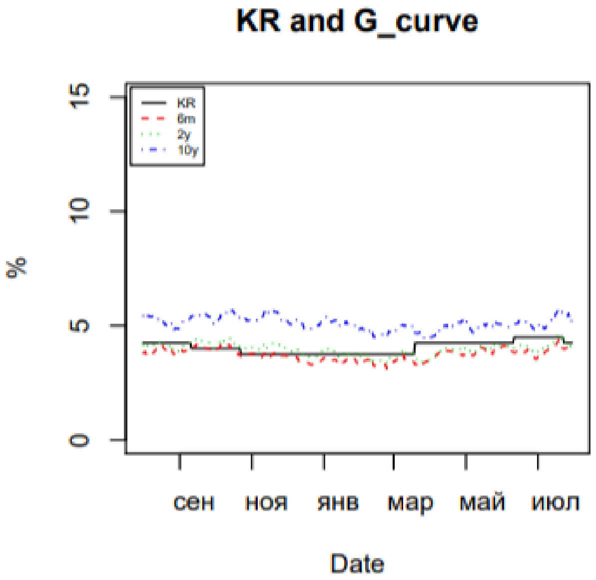
Сценарии ключевой ставки (01.08.2020 - 01.08.2021)











Сценарии ключевой ставки (01.09.2021 - 01.09.2022) – 20.24% превышений